



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECI și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 9.05.2009

Numele și Prenumele	
Școala	

XI. OSZTÁLY – M2

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I.TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ!

5 p	1. Ha $a, b, c \in \mathbb{R}$ és az $\begin{cases} ax + by + cz = 14 \\ bx + cy + z = 11 \\ cx + y + z = 8 \end{cases}$ egyenletrendszernek $(x = 1, y = 2, z = 3)$ megoldása van, akkor b egyenlő: A) 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.
5 p	2. Ha $x, y, z \in \mathbb{R}$ és $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + y = 0 \\ x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$, akkor z egyenlő: A) 1; B) 2; C) 3; D) 4; E) 0.
5 p	3. Egy logaritmus függvény, folytonos a: A) \mathbb{R} ; B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; C) $[0, \infty)$; D) $(0, \infty)$; E) $\{0\}$.
5 p	4. A maximális értelmezési tartomány, amelyen az $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x-2}}$ képlettel, egy folytonos függvényt értelmezzünk: A) \mathbb{R} ; B) $[0, \infty)$; C) $(0, \infty)$; D) $(0, \infty) \setminus \{2\}$; E) $[0, \infty) \setminus \{4\}$.
5 p	5. Az $(x-1)(3^x-9) \leq 0$ egyenlőtlenség, megoldáshalmaza: A) $[1; 9]$; B) $[1; 2]$; C) $\{1; 3\}$; D) $\{1; 2\}$; E) $[1; 3]$.
5 p	6. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x$ függvény, grafikusképéhez az $(1; f(1))$ pontban húzott érintő, irányítányezője: A) 4; B) 2; C) 1; D) 0; E) -1.
5 p	7. Ha $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, akkor $f'(1)$ egyenlő: A) 1; B) 2; C) 3; D) -1; E) 0.
5 p	8. A $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x^2 - 1}$ határérték, egyenlő: A) ∞ ; B) 1; C) e ; D) $\frac{1}{2}$; E) 0.
5 p	9. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 7$ függvény, helyi szélsőérték pontjainak száma: A) 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.

5 p	10. A $(-\infty; 0]$ intervallumon, az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$ függvény: A) szigorúan csökkenő; B) szigorúan növekvő; C) nem monoton; D) állandó; E) korlátos.
-----	---

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

3 p	1. Határozzuk meg az a értékét úgy, hogy a $\begin{cases} 2x + ay - 3z = 5 \\ ax + y - z = 0 \\ 3x + y + z = 2 \end{cases}$ egyenletrendszernek, legyen egy (x_0, y_0, z_0) megoldása, amelyre $x_0 + y_0 + z_0 = 2$.
3 p	2. Mutassuk ki, hogy ha az a, b, c különböző valós számok, akkor az $\begin{cases} x + ay + a^2z = a \\ x + by + b^2z = b \\ x + cy + cy^2 = c \end{cases}$ egyenletrendszernek, egyetlen megoldása van és ez nem függ az a, b, c -től.
3 p	3. Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}, & \text{ha } x > 1 \\ a \cdot 2^x, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$ függvény, folytonos legyen \mathbb{R} -en.
3 p	4. Oldjuk meg a $\frac{4^x - 9 \cdot 2^x + 8}{x - 2} \leq 0$ egyenlőtlenséget.
3 p	5. Tudjuk, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, deriválható $x_0 = 1$ -ben és $f(1) = f'(1) = 1$. Igazoljuk, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (x^2 + 1)f(x)$ függvény, deriválható x_0 -ban és számítsuk ki a $g'(x_0)$ -t.
3 p	6. Mutassuk ki, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 1$ függvény grafikus képéhez húzott bármely két érintőjének, van egy közös pontja.
3 p	7. Számítsuk ki: $\lim_{x \searrow 0} (x \ln x)$.
3 p	8. Határozzuk meg az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - 3x + 3)e^x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$ függvény, helyi szélsőérték pontjait.
3 p	9. Felhasználva az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$ függvényt, mutassuk ki, hogy $\frac{\ln 2009}{2009} > \frac{\ln 2010}{2010}$.
3 p	10. Mutassuk ki, hogy $e^x \geq x + 1$, bármely valós x értékre.

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

2 p	1. Mutassuk ki, hogy ha az a, b, c egész számok, akkor az $\begin{cases} 2(ax + y + z) = x \\ 2(x + by + z) = y \\ 2(x + y + cz) = z \end{cases}$ egyenletrendszernek, csak az $x = y = z = 0$ megoldása van.
2 p	2. Mutassuk ki, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 1, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$ függvény, deriválható \mathbb{R} -en.
2 p	3. Határozzuk meg az $a, b, c \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{(x - 1) \ln x} = 1$.
2 p	4. Határozzuk meg az $m \in \mathbb{R}$ értékeit, amelyre az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x(\ln x)^2 + mx$ függvénynek nincs szélsőérték pontja.

2 p	5. Mutassuk ki, hogy bármely $n \in \mathbb{N}$ estén, az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ függvény, szigorúan növekvő.
------------	--

Maximális pontszám: 100 pont