



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 9.05.2009

CLASA a XII-a – M2

Barem de corectare și notare

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	A	A	D	B	B	A	A	B	E

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. Aria este egală cu $\int_0^a (2x+3)dx$ (1 punct) $= (x^2 + 3x)|_0^a = a^2 + 3a$ (1 punct), adică $a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a = 1$

(1 punct).

2. $\int_0^1 \frac{2}{(x^2+1)(x^2+3)} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+3} \right) dx$ (1 punct) $= \left(\arctg x - \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{x}{\sqrt{3}} \right) \Big|_0^1$ (1 punct) $= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{6}$

(1 punct).

3. Avem $0 \leq \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2} dx \leq \int_0^1 x^n dx$ (1 punct) și $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0$ (1 punct). De aici rezultă cerința

(1 punct).

4. Fie $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a funcției $t \mapsto t^2 \sqrt{1+t^2}$ (1 punct). Atunci $f(x) = F(x) - F(-1)$ (1 punct), de unde $f'(x) = F'(x) = x^2 \sqrt{1+x^2}$ (1 punct).

5. Volumul este egal cu $V = \pi \int_0^1 \frac{2x}{1+x^3} dx$ (1 punct). Avem $\frac{2x}{1+x^3} \leq 1, \forall x \in [0,1]$ (1 punct), deci $V < \pi \int_0^1 1 dx = \pi$

(1 punct).

6. Avem $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{s_3}{s_4}$ (1 punct). Cum $s_3 = -2, s_4 = -2$ (1 punct), rezultă $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = 1$

(1 punct).

7. Restul împărțirii lui f la $X-1$ este $f(1)$ (1 punct). Atunci $4 = f(1) = m+7 \Rightarrow m = -3$ (1 punct).

Câtul împărțirii la $X+1$ este $X^3 - 4X^2 + 6X - 5$ (1 punct).

8. Avem $f(\hat{1}) = \hat{0}$ (1 punct). Apoi $f = (X - \hat{1})(X^2 + X + \hat{3})$ și $x^2 + x + \hat{3} = x^2 + x - \hat{2} = (x - \hat{1})(x + \hat{2})$ (1 punct), deci rădăcinile sunt $\hat{1}, \hat{1}, \hat{3}$ (1 punct).

9. Avem $f'(x) = 3x^2 + 2x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1 punct), deci funcția f este strict crescătoare pe \mathbb{R} (1 punct). Cum f are grad impar, rezultă cerința (1 punct).

10. Avem $(x+1)(x^2 - x + 1) - 4x(x+1) = 0$ (1 punct) $\Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 5x + 1) = 0$ (1 punct). Rădăcinile sunt $-1, \frac{5-\sqrt{21}}{2}, \frac{5+\sqrt{21}}{2}$ (1 punct).

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Avem $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2} \right)' dx$ (1 punct) $= -\frac{1}{2(x^2+1)} \Big|_0^1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (1 punct).

2. Folosind l'Hospital (1 punct), rezultă $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{1+x^4} = 1$ (1 punct).

3. Coeficientul dominant al polinomului f este egal cu 1, deci rădăcinile raționale sunt întregi (0,5 puncte). Rădăcinile întregi divid termenul liber, care este egal cu -1 , deci pot fi 1 sau -1 (0,5 puncte).

$f(1) = 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$ (0,5 puncte) și $f(-1) = -a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$, deci $a = -1$ (0,5 puncte).

4. Avem $f = Xg + 4X + 2$ (0,5 puncte), deci $f(x_1) = 4x_1 + 2$ și $f(x_2) = 4x_2 + 2$ (0,5 puncte). Atunci

$f(x_1)f(x_2) = 16x_1x_2 + 16(x_1 + x_2) + 4$. Cum $x_1x_2 = -3$, $x_1 + x_2 = -1$ (0,5 puncte),

avem $f(x_1)f(x_2) = -60$ (0,5 puncte).

5. Avem $\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}_7\} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{4}\}$ (0,5 puncte), de unde rezultă că $\{a^2, b^2\} = \{\hat{1}, \hat{2}\}$ (0,5 puncte). Atunci

$\{a, b\} = \{\pm\hat{1}, \pm\hat{3}\}$ (0,5 puncte), de unde $ab = \pm\hat{3}$ sau $ab \in \{\hat{3}, \hat{4}\}$ (0,5 puncte).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.