



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 9.05.2009

CLASA a XI- a – M2

Barem de corectare și notare

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspunsul	C	A	D	E	B	A	E	D	C	A

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător. Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. Din ultima ecuație, $x = 0$ (1 punct); apoi $y = z = 1$ (1 punct), $a = 8$ (1 punct).
2. Eliminând x rezultă $y + (b + a)z = 1$, $y + (c + a)z = 1$ (1 punct); eliminând apoi y obținem $z = 0$ (1 punct); soluția unică este $(0, 1, 0)$ (1 punct).
3. Funcția este continuă pe $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ (1 punct); $\lim_{x \searrow 1} f(x) = \frac{3}{2}$ (1 punct); $\lim_{x \nearrow 1} f(x) = 2a = f(1) \Rightarrow a = \frac{3}{4}$ (1 punct).
4. Domeniul este $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ (1 punct); rădăcinile sunt 1 și 3 (1 punct); $S = (-\infty; 1) \cup (2; 3)$ (1 punct).
5. g este derivabilă, ca produs de funcții derivabile în x_0 (1 punct); $g'(x) = 2xf(x) + (x^2 + 1)f'(x)$ (1 punct); $g'(1) = 4$ (1 punct).
6. $f'(x) = 2x + 2$ (1 punct); dacă $x_1 \neq x_2$, atunci $f'(x_1) \neq f'(x_2)$ (1 punct), deci tangentele la grafic în punctele de abscise x_1, x_2 au pante diferite (1 punct).
7. $\lim_{x \searrow 0} \frac{\ln x}{1/x} = \frac{\infty}{\infty}$ (1 punct); $\stackrel{\text{IH}}{\Rightarrow} \lim_{x \searrow 0} \frac{1/x}{-1/x^2} = 0$ (1 punct).
8. $f'(x) = (x^2 - x)(e^x - 1)$ (1 punct), cu soluțiile 0 și 1 (1 punct); 0 nu este pct. de extrem (1 punct).
9. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ (1 punct) $\Rightarrow f$ strict descrescătoare pe $[e, \infty)$ (1 punct) $\Rightarrow f(2009) > f(2010)$ (1 punct).
10. Luăm $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$ (1 punct); $f'(x) = e^x - 1$ (1 punct); din semnul lui f' reiese că valoarea minimă a lui f este $f(0) = 1$, deci $f(x) \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ (1 punct).

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător. Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Determinantul sistemului este $(2a-1)(2b-1)(2c-1) - 4(2a+2b+2c-7)$ (1 punct) și este nenul, deoarece este impar (1 punct).

2. Funcția este derivabilă pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (1 punct); $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$ (1 punct).

3. Trebuie ca numărătorul să aibă limita 0, deci $a+b+c+1=0$ (1 punct) și $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2ax + b}{\ln x + (x-1)/x} = 1$,

deci trebuie $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2ax + b) = 3 + 2a + b = 0$ (0,5 puncte) și $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + 2a}{1/x + 1/x^2} = 1$, de unde $a = -2$,

$b = 1$, $c = 0$ (0,5 puncte).

4. $f'(x) = \ln^2 x - 2 \cdot \ln x + m$ (1 punct); trebuie ca f' să aibă semn constant, adică $\Delta \leq 0$, de unde $m \geq 1$ (1 punct).

5. $f'(x) = 1 + x + \dots + x^{2n} = \frac{x^{2n+1} - 1}{x - 1}$ pentru $x \neq 1$ (1 punct), iar $f'(1) = 2n + 1$, deci f' este continuă și

nu are rădăcini, ceea ce arată că $\operatorname{sgn} f' = \operatorname{constant} = \operatorname{sgn} f'(1)$, de unde cerința (1 punct).