



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECI și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA I – 17.10.2009

Numele și Prenumele	
Școala	

X. OSZTÁLY – a TC+CD 4 órás program

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

- 5p 1. Hány irracionális eleme van a $\{\sqrt{n} \mid n = 1, 2, 3, \dots, 10\}$ halmaznak?
A) 2; B) 10; C) 8; D) 5; E) 7.
- 5p 2. Mennyi az $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ szám, egész része?
A) 2; B) 4; C) 0; D) 3; E) 1.
- 5p 3. Hol helyezkedik el, az $y = x^2 - x + 1$ parabola csúcsa a koordináta-rendszerben?
A) I. negyedben; B) II. negyedben; C) III. negyedben; D) IV. negyedben; E) az Oy tengelyen.
- 5p 4. Az $x^2 - 4x + 1 < 0$ egyenlőtlenség egész megoldásainak összege:
A) 1; B) 6; C) 2; D) 3; E) 10.
- 5p 5. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány állandó különbsége 2 és $a_1 = -201$. A számtani haladvány első pozitív tagja:
A) a_{102} ; B) a_{101} ; C) 3; D) a_{2009} ; E) a_{10} .
- 5p 6. Hány, négyjegyű természetes számnak, páros az első két számjegye?
A) 200 B) 400; C) 1000; D) 2000; E) 1800.
- 5p 7. Legyen A' , az ABC háromszög A csúcsából húzott szögfelező talppontja és I a háromszögbe írt kör középpontja. Az $\frac{AI}{IA'}$ arány, egyenlő:
A) $\frac{AB+AC}{BC}$; B) $\frac{AB}{AC}$; C) $\frac{AC}{AB}$; D) $\frac{AC \cdot AB}{BC}$; E) 2.
- 5p 8. Legyen $ABCDEF$ egy szabályos hatszög. Akkor $\overline{BC} + \overline{FE}$ egyenlő:
A) \overline{AB} ; B) \overline{AD} ; C) \overline{EB} ; D) \overline{CF} ; E) \overline{DA} .
- 5p 9. Legyen $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\sin a = \frac{1}{2}$. Mennyivel egyenlő $\cos a$?
A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; D) $\sqrt{3}$; E) 1.
- 5p 10. Legyen n egy természetes szám. Mennyivel egyenlő $\cos n\pi \cdot \cos(n+1)\pi$?
A) $n^2 + n$; B) n ; C) 1; D) -1; E) 0.

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 3 p 1. Legyen a egy irracionális szám és m, n egész számok úgy, hogy $\{na\} = \{ma\}$. Mutassátok ki, hogy $n = m$.
- 3 p 2. Mutassátok ki, hogy $4^n - 2^n \geq 60n$, bármely $n \geq 4$ természetes szám esetén.
- 3 p 3. Egy $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_{10} + a_{2000} = 2$. Számítsátok ki a számtani haladvány első 2009 tagjának összegét!
- 3 p 4. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x^2 + x + 5$ függvény. Határozzátok meg az x azon valós értékeit, amelyekre az f függvény a legnagyobb egész értékét veszi fel!
- 3 p 5. Legyen $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 3$ és $g(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 1 \\ 1-x, & x > 1 \end{cases}$. Számítsátok ki a $g \circ f$ függvényt!
- 3 p 6. Az ABC háromszög, BC oldalán felvesszük az M pontot úgy, hogy $\frac{BM}{MC} = \frac{5}{7}$. Ha $N \in (AB)$ és $\overrightarrow{NM} = a\overrightarrow{BN} + b\overrightarrow{CN}$, számítsátok ki az $a + b$ értékét!
- 3 p 7. Legyen O az ABC háromszög köré írt kör középpontja. Tudva azt, hogy az \overrightarrow{AO} és $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ vektorok kollineárisak, mutassátok ki, hogy az ABC háromszög, egyenlőszárú!
- 3 p 8. Legyen I , az ABC háromszögbe írt kör középpontja és D egy pont az (AC) félegyenesen úgy, hogy $AD = AB$. Számítsátok ki az $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BD}$ szorzatot!.
- 3 p 9. Mutassátok ki, hogy bármely ABC háromszögben, igaz a $\frac{\cos A}{\sin B \cdot \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \cdot \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \cdot \sin B} = 2$ egyenlőség!
- 3 p 10. Számítsátok ki: $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12}$.

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 2 p 1. Mutassátok ki, hogy $\left[\sqrt{n} + \sqrt{n+3} \right] = \left[\sqrt{4n+6} \right], \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 2 p 2. Mutassátok ki, hogy 3^n nem osztja az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (2n-1) \cdot 2n$ számot, egyetlen $n > 0$ egész számra sem!
- 2 p 3. Adott az $(x_n)_{n \geq 1}$ sorozat úgy, hogy $x_1 = 3$ és $x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n}, n \geq 1$. Határozzátok meg a sorozat x_n általános tagját!
- 2 p 4. Az ABC háromszögben $b + c = a + 2r$. Számítsátok ki az A szög mértékét!
- 2 p 5. Határozzátok meg a páratlan $f: \{-100, -99, \dots, -1, 0, 1, \dots, 99, 100\} \rightarrow \{-100, -99, \dots, -1, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ függvények számát!

Az elérhető maximális pontszám a 100 pont.