



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA I – 17.10.2009

CLASA a XI- a – M2

Barem de corectare și notare

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	E	A	A	B	A	D	B	A	E	E

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

- Relația este echivalentă cu $\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 2a+b\sqrt{12}$ (1 punct), adică $1+\sqrt{3} = 2a+2b\sqrt{3}$ (1 punct). Obținem $a=b=\frac{1}{2}$ (1 punct).
- $\frac{\log x}{\log 3} = \log_3 x$ (1 punct). $3^{\log_3 x} = x$ (1 punct). $x=2$ (1 punct).
- Avem $z=x+iy, x^2+y^2=1, (x+1)^2+y^2=4$ (1 punct), deci $2x+1=3$ (1 punct). Obținem $x=1, y=0, z=1$ (1 punct).
- $\Delta < 0$, deci rădăcinile sunt numere complexe conjugate (1 punct). De aici $|z_1|^2 = z_1 z_2 = 4$ (1 punct) deci $|z_1| + |z_2| = 2+2=4$ (1 punct).
- Submulțimile lui A ce nu îl conțin pe 4 sunt submulțimile lui $B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ (1 punct). Avem C_5^3 submulțimi (1 punct), deci 10 (1 punct).
- $x = \arcsin \frac{1}{2009} + \arccos \frac{1}{2009} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2009} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2009}\right)^2} - \frac{1}{2009} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2009}\right)^2} = 0$ (2 puncte). Rezultă $x = \frac{\pi}{2}$ (1 punct).
- Funcția $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x-2}$ este crescătoare pe $[-1, \infty)$ (1 punct), deci ecuația are cel mult o soluție (1 punct). $x=3$ verifică (1 punct).
- Termenul din mijloc este $T_4 = C_6^3 \sqrt{x^3} = 20\sqrt{x^3}$ (2 puncte). Rezultă $x = \sqrt[3]{4}$ (1 punct).
- Avem $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3}$ (1 punct), de unde $3x+2y-7=0$ (2 puncte).
- Avem condiția $mn+2=0$ (1 punct). Obținem $(m,n) = (1,-2), (-1,2), (2,-1), (-2,1)$ (2 puncte)

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $a = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \sqrt{2} \Rightarrow (a + \sqrt{2})^3 = 7 + 5\sqrt{2}$, (0,5 puncte) de unde rezultă că $a^3 + 6a = 7, 3a + 2 = 5$ (1 punct).
De aici $a = 1 \in \mathbb{Q}$ (0,5 puncte).

2. Dacă $\log_2 3 = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{N}^*$, atunci $3 = 2^{\frac{m}{n}}$ (0,5 puncte). Rezultă $2^n = 3^m$ (0,5 puncte), fals, deoarece membrii egalității au parități diferite (1 punct).

3. $\frac{2009!}{i!(2009-i)!} \leq \frac{2009!}{(i+1)!(2008-i)!}$ (1 punct), deci $\frac{1}{2009-i} \leq \frac{1}{i+1} \Leftrightarrow 2i \leq 2008 \Leftrightarrow i \leq 1004$ (1 punct).

4. Considerăm un sistem de axe perpendiculare cu originea în C și cu axa ordonatelor trecând prin mijocul lui AB . Avem $A(a, \alpha), B(-a, \beta)$, (0,5 puncte) și egalitatea devine

$$(x-a)^2 + (y-\alpha)^2 + (x+a)^2 + (y-\beta)^2 = 2(x^2 + y^2) \text{ (0,5 puncte). Obținem } y = \frac{2a^2 - \alpha^2 - \beta^2}{2(\alpha + \beta)}, \text{ de unde}$$

concluzia (1 punct).

5. $\frac{f(1)}{1} = \frac{f(2)}{2} = \dots = \frac{f(2009)}{2009} = a \Rightarrow f(1) = a, f(2009) = 2009a$ (1 punct). Rezultă

din $a, 2009a \in \{1, 2, 3, \dots, 2009\}$ că $a = 1$ și $f(k) = k, \forall k$ (1 punct).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.