



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECS și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.T.S. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.T.S. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a II-a – 20.02.2010

| | |
|---------------------------|--|
| Numele și Prenumele | |
| Școala | |

XII. OSZTÁLY – M2

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

| | |
|-----|---|
| 5 p | 1. Az $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = e^x - x$ függvény, az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy primitív függvénye. Mennyivel egyenlő $f(1)$? |
| | A) 0; B) 1; C) -1; D) e ; E) $e-1$. |
| 5 p | 2. $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 4} dx =$ |
| | A) 4; B) $\frac{1}{2}$; C) 0; D) $\frac{1}{6}$; E) $\frac{2}{3}$. |
| 5 p | 3. $\int_0^1 \frac{4x}{x^2 + 1} dx =$ |
| | A) $\ln 2$; B) $2 \ln 2$; C) $4 \ln 2$; D) 1; E) 0. |
| 5 p | 4. $\int_0^2 1-x dx =$ |
| | A) 4; B) $\frac{1}{2}$; C) 0; D) 1; E) 2. |
| 5 p | 5. $\int_1^e \ln x dx =$ |
| | A) $e+1$; B) e^2+1 ; C) $e-1$; D) 1; E) e . |
| 5 p | 6. Az \mathbb{N} - en értelmezzük az $x \circ y = 2^x \cdot 5^y$ műveletet. Ha $x \circ y = 500$ mennyivel egyenlő az $x + y$? |
| | A) 5; B) 2; C) 45; D) 0; E) 10. |
| 5 p | 7. A (\mathbb{Z}_5^*, \cdot) csoport elemeinek szorzata: |
| | A) $\hat{0}$; B) $\hat{1}$; C) $\hat{2}$; D) $\hat{3}$; E) $\hat{4}$. |
| 5 p | 8. A \mathbb{Z} - n en értelmezzük az $x \circ y = x^2 y + x + y$ műveletet.. A semleges elem: |
| | A) 1; B) -1; C) 0; D) 2; E) -2. |
| 5 p | 9. Az \mathbb{R} - en értelmezzük az $x \circ y = x + y - 9$ műveletet.. 18 - nak a szimmetrikusa: |
| | A) 0; B) 5; C) 1; D) 9; E) -18. |
| 5 p | 10. A \mathbb{Q} - n értelmezzük az $x \circ y = axy + 5x + ay + a^2, a \in \mathbb{Q}$ műveletet. Ha a művelet kommutatív, akkor mennyi az a ? |
| | A) 5; B) 4; C) 2; D) 0; E) 1. |

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

| | |
|-----|--|
| 3 p | 1. Legyen $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}$ függvénynek egy primitív függvénye. Ha $F(3) = 2$, számítsátok ki az $F(0)$ értékét. |
| 3 p | 2. Számítsátok ki: $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$. |

| | |
|-----|--|
| 3 p | 3. Legyen $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 4} dx, n \in \mathbb{N}^*$. Számítsátok ki: $I_8 + \frac{1}{4} I_{10}$. |
| 3 p | 4. Számítsátok ki: $\int_0^2 \frac{dx}{1 + x-1 }$. |
| 3 p | 5. Számítsátok ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 5} dx$. |
| 3 p | 6. A $(0, \infty)$ intervallumon, értelmezzük az $x \circ y = \frac{x+y}{1+xy}$ asszociatív műveletet. Számítsátok ki: $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2010$. |
| 3 p | 7. Határozzátok meg a p prím számot ha tudjuk, hogy a $(\mathbb{Z}_p, +)$ csoportban $-\hat{2} = \hat{7}$. |
| 3 p | 8. \mathbb{Q} -n értelmezzük az $x \circ y = 2xy + x + y$ műveletet. Határozzuk meg az $a \in \mathbb{Q}$ értékét úgy, hogy $\mathbb{Q} - \{a\}$ csoport legyen a \circ műveletre nézve. |
| 3 p | 9. Adott az (\mathbb{R}, \circ) csoport, ahol $x \circ y = x + y + 1$. Mutassuk ki, hogy az $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - 1$ függvény, egy izomorfizmus a (\mathbb{R}_+^*, \cdot) és (\mathbb{R}, \circ) csoportok között. |
| 3 p | 10. Tekintsük a (G, \circ) csoportot, ahol $G = (0, \infty) - \{1\}$ és $x \circ y = x^{\ln y}$. Oldjátok meg G ben a $x \circ x \circ x = 2$ egyenletet. |

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

| | |
|-----|--|
| 2 p | 1. Számítsátok ki: $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1+x}-1}{1+\sqrt{1-x}} dx$. |
| 2 p | 2. Számítsátok ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n e^x dx$. |
| 2 p | 3. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5 + 1$ bijektív függvényt. Számítsátok ki: $\int_0^1 f^{-1}(t) dt$. |
| 2 p | 4. Tekintsük az (G, \cdot) csoportot, ahol $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^* \right\}$ és \cdot a mátrixok szorzása. Határozzátok meg az $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix szimmetrikusát a G csoportban, |
| 2 p | 5. A $(\mathbb{Z}_n, +), n \geq 2$ csoport összes elemének összege \hat{S} . Határozzátok meg az n lehetséges értékeit. |

Az elérhető maximális pontszám a 100 pont.