



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: [www.evaluareineducatie.ro](http://www.evaluareineducatie.ro)

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE  
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECS și sub egida Academiei Române



Numele  
și  
Prenumele

Școala

## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a II-a – 20.02.2010

### XII. OSZTÁLY – M1

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

#### I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

5 p	1. $\int_0^1 2^{x+1} 3^x dx =$ A) $\frac{10}{\ln 6}$ ; B) $\frac{1}{\ln 6}$ ; C) 0; D) $\frac{10}{\ln 2}$ ; E) $\frac{10}{\ln 3}$
5 p	2. $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 5} dx =$ A) $\ln 3$ ; B) $\frac{2}{3} \ln 3$ ; C) $\ln 9$ ; D) 1; E) -1.
5 p	3. $\int_{-2}^0 (x+2)e^x dx =$ A) $e^{-2}$ ; B) $1 + e^2$ ; C) $\frac{e^2 + 1}{e^2}$ ; D) 1; E) 0.
5 p	4. $\int_{-1}^1 \sin x \sqrt{1 + \cos^4 x} dx =$ A) 1; B) $\pi$ ; C) 0; D) $\frac{\pi}{4}$ ; E) $-\frac{\pi}{4}$ .
5 p	5. Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^x (t+1)\sqrt{t^2 + 9} dt$ . Mennyivel egyenlő $f'(3)$ ? A) $12\sqrt{2}$ ; B) 3; C) 2; D) $3\sqrt{2}$ ; E) $\sqrt{2}$ .
5 p	6. $\mathbb{R}$ -en, értelmezzük az $x \circ y = x + y^2$ műveletet. Mennyivel egyenlő $(25 \circ 7) \circ 44$ ? A) 1167; B) 1094; C) 2009; D) 2010; E) 2178.
5 p	7. A $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ test, invertálható elemeinek összege: A) $\hat{0}$ ; B) $\hat{1}$ ; C) $\hat{2}$ ; D) $\hat{3}$ ; E) $\hat{5}$ .
5 p	8. $\mathbb{Z}$ -n értelmezzük az $x \circ y = 15xy + x + y$ műveletet. A semleges elem: A) -1; B) 1; C) -2; D) -15; E) 0.
5 p	9. $\mathbb{R}$ -en, értelmezzük az $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3} - \frac{1}{8}$ műveletet. Az $\frac{1}{2}$ elem szimmetrikusa $\circ$ műveletre nézve: A) $-\sqrt[3]{2}$ ; B) $-\frac{1}{2}$ ; C) $\frac{1}{2}$ ; D) 0; E) 1.
5 p	10. A $(\mathbb{Z}_{11}, +, \cdot)$ test, invertálható elemeinek szorzata: A) $\hat{10}$ ; B) $\hat{7}$ ; C) $\hat{1}$ ; D) $\hat{3}$ ; E) $\hat{9}$ .

## II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

3 p	1. Számítsátok ki: $\int \frac{dx}{x^4 + 3x^2 + 2}, x \in \mathbb{R}.$
3 p	2. Számítsátok ki: $\int_1^2 \frac{1}{x^5 + x} dx.$
3 p	3. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + x$ , bijektív függvény. Számítsátok ki: $\int_0^2 f^{-1}(t) dt.$
3 p	4. Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt.$ Mutassátok ki, hogy az $f$ függvény konvex.
3 p	5. Igazoljátok a $\int_0^1 \cos x^2 dx \geq \sin 1$ egyenlőtlenséget!
3 p	6. Határozzátok meg a $(\mathbb{Z}_9, +)$ csoport, 9-ed rendű elemeit!
3 p	7. A $(0, \infty)$ intervallumon értelmezzük az $x \circ y = \frac{4(x+y)}{4+xy}$ asszociatív műveletet. Számítsátok ki: $\frac{1}{4} \circ \frac{2}{4} \circ \frac{3}{4} \circ \dots \circ \frac{9}{4}.$
3 p	8. a $\hat{4}x = \hat{12}$ egyenlet gyökei a $(\mathbb{Z}_{128}, +, \cdot)$ gyűrűben.
3 p	9. Legyen $(G, \cdot)$ Határozzátok meg egy csoport, ahol $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1+2x & 4x \\ -x & 1-2x \end{pmatrix} \middle  x \in \mathbb{Q} \right\}.$ Mutassátok ki, hogy $(G, \cdot)$ izomorf az $(\mathbb{R}, +)$ csoporttal.
3 p	10. Mutassátok ki, hogy a $(\mathbb{Z}_{17}, +, \cdot)$ testben, igaz az $x + x^{-1} \neq -\hat{1}$ összefüggés, bármely $x \in \mathbb{Z}_{17}^*.$

## III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

2 p	1. Számítsátok ki: $\int_0^1 \log_{2+x-x^2} (x+1) dx.$
2 p	2. Számítsátok ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \cos nx \cdot \arctg \frac{x}{n} dx.$
2 p	3. Legyen $(G, \cdot)$ egy 100 elemű csoport és $H$ , egy 50 elemű részcsoportja. Mutassátok ki, hogy $ab \in H$ , bármely $a, b \in G - H.$
2 p	4. Határozzátok meg a $(G = (1, \infty), \circ)$ csoport, összes, véges részcsoportját, ahol $x \circ y = (x-1)(y-1)+1$
2 p	5. Mutassátok ki, hogy bármely $x$ egész szám estén az $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ <b>nem osztható</b> 13-mal.

Az elérhető maximális pontszám a 100 pont.