



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a II-a – 20.02.2010

CLASA a XI- a – M1

Soluții

Subiectul I.

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspunsul	D	-	E	A	C	B	E	D	E	A

Acordați punctaj maxim la subiectul I, punctul 2 (din cauza unei cifre nu este nici o varianta corectă de răspuns).

Subiectul II

- Permutarea are $9 + 8 + \dots + 1$ inversiuni (1 p), care este impar (1 p), deci are semnul -1 (1 p).
- $X^2 = -I_2$ (1 p); $X + X^2 + X^3 + X^4 = O_2$ (1 p); există 25 de grupe cu suma O_2 (1 p).
- Dezvoltând după prima linie (1 p) și calculând determinanții de ordin 3 (1 p), $D = -3$ (1 p)
- $\det(A) = a^2 - 3a + 4$ (1 p); $\det(A) > 0, \forall a \in \mathbb{R}$ (1 p); de aici rezultă concluzia (1 p).
- Determinantul matricei sistemului este 0 și avem un minor nenul de ordin 2 (1 p); minorul caracteristic este nul, deci sistemul se reduce la primele două ecuații (1 p); soluțiile sunt $x = 1 + z$, $y = z$, $z \in \mathbb{R}$ (1 p).
- $2^n + 5^n = 5^n((2/5)^n + 1)$ (1 p); $3^n - 4^n = 4^n((3/4)^n - 1)$ (1 p); limita este $-\infty$ (1 p).
- $\frac{x}{\sqrt{x^2 + x}} = \frac{-1}{\sqrt{1 + 1/x}}$ (1 p); $\lim_{x \rightarrow \infty} 1/x = 0$ (1 p); limita cerută este -1 (1 p).
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\arctg x + e^{-x}) = \frac{\pi}{2}$ (1 p); $\lim_{x \rightarrow \infty} [x] = \infty$ (1 p); limita este 0 (1 p).
- Dacă $\frac{1}{x} = t$ atunci $t \rightarrow 0$ (1 p); limita devine $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ (1 p) și este 1 (1 p).
- Pentru $a \neq 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \pm \infty$ (2 p); pentru $a = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{2}$ (1 p);

Subiectul III

- Dacă $x(1) = a, x(2) = b$, atunci $x(a) = x^2(1) = 2, x(b) = 1$ și $a, b, 1, 2$ sunt distincte (1 p); în acest caz, dacă c și d sunt celelalte elemente din $\{1, 2, \dots, 6\}$, $x^2(c) = c$ -- imposibil (1 p).
- Fie d_n determinantul dat; scădem prima coloană din celelalte (1 p); dezvoltând după prima coloană, obținem $d_n = d_{n-1}$, deci $d_n = d_1 = 1$ (1 p).
- Șirul este crescător, deci are limită $l \geq 1$ (1 p); dacă l ar fi finită, atunci $l = l + 1/l$, fals (1 p).

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\operatorname{tg} x} = a$ (0,5 p); $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x = \infty$ (0,5 p); dacă $a \neq 1$, limita cerută este e doar pentru $b = 0$ și $a = e$ (0,5 p);

dacă $a = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x - 1)^{\frac{1}{\cos x - 1} \cdot \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x} (\sin^2 x + b \cos^2 x)} = e^{-\frac{b}{2}}$, deci $b = -2$ (0,5 p).

5. Dacă ar exista, atunci $\frac{1}{n!} = \frac{f(n)g(n-1) - f(n-1)g(n)}{g(n)g(n-1)} = \frac{h(n)}{k(n)}$, și h, k sunt funcții polinomiale (1 p); ar

rezulta $\lim_{n \rightarrow \infty} n! \frac{h(n)}{k(n)} = 1$, imposibil (1 p).