



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: [www.evaluareineducatie.ro](http://www.evaluareineducatie.ro)

EVALUĂRI NAȚIONALE  
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECS și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA III – 24.04.2010

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Numele<br>și<br>Prenumele |  |
| Școala                    |  |

### XI. OSZTÁLY – M2

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

#### I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

- 5 p 1. A  $\begin{vmatrix} \sqrt{2} + \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{vmatrix}$  determináns, egyenlő:
- A) 0; B) 1; C) 2; D) -1; E) 3.
- 5 p 2. Az  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 2 \\ z = 3 \end{cases}$  lineáris egyenletrendszer  $(x, y, z)$  megoldása:
- A)  $(-1, -1, 3)$ ; B)  $(1, 1, 3)$ ; C)  $(0, 3, 3)$ ; D)  $(3, 0, 3)$ ; E)  $(1, 1, 1)$ .
- 5 p 3. Ha  $x, y, z \in \mathbb{R}$  és  $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ y + z = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ , akkor  $z$  egyenlő:
- A) 1; B) -2; C) 3; D) 2; E) 0.
- 5 p 4. A maximális értelmezési tartomány, amelyen az  $f(x) = \sqrt{x-2}$  képlettel, egy folytonos függvényt értelmezhetünk:
- A)  $\mathbb{R}$ ; B)  $[2, \infty)$ ; C)  $(2, \infty)$ ; D)  $(0, \infty) \setminus \{2\}$ ; E)  $[0, \infty)$ .
- 5 p 5. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  függvény, deriváltja:
- A)  $2x$ ; B)  $x$ ; C)  $-2x$ ; D) 2; E)  $-2x$ .
- 5 p 6. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + x + 1$  függvény, másodrendű deriváltja:
- A)  $e^x$ ; B) 0; C)  $e^x + 1$ ; D) 1; E)  $x$ .
- 5 p 7. Ha  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ , akkor  $f'(1)$  egyenlő:
- A) 1; B) 2; C) 0; D) -1; E) 4.
- 5 p 8. Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ , akkor  $f'(0)$  egyenlő:
- A) -1; B) 1; C)  $e$ ; D)  $\frac{1}{2}$ ; E) 0.
- 5 p 9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{e^x + x}$  egyenlő:
- A) 0; B) 1; C) 2; D)  $-\infty$ ; E)  $\infty$ .

- 5 p 10. Az a halmaz, amelynek bármely pontjában az  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$  függvény, deriválható:
- A)  $\mathbb{R}$ ;      B)  $\mathbb{R}^*$ ;      C)  $\{0\}$ ;      D)  $(0, \infty)$ ;      E)  $[0, \infty)$ .

## II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 3 p 1. Oldjátok meg a  $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ 2x+y+z=2 \\ 4x+3y+5z=4 \end{cases}$  Cramer rendszert!
- 3 p 2. Határozzátok meg az  $a$  valós értékét, amelyre az  $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+2y+3z=7 \\ x+3y+az=1 \end{cases}$  rendszer, egy Cramer típusú rendszer!
- 3 p 3. Oldjátok meg az  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix egyenletet, a valós, 2 elemű, négyzetes mátrixok halmazán!
- 3 p 4. Mutassátok ki, hogy a  $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x+3y-z=2 \\ x+y-z=0 \end{cases}$  egyenletrendszer, inkompatibilis (összeférhetetlen)!
- 3 p 5. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 + 1)e^x$  függvény. Számítsátok ki  $f'(-1)$ .
- 3 p 6. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a^x$  függvény, ahol  $a > 0, a \neq 1$ . Határozzátok meg az  $a$  értékét, ha  $f'(1) = 2 \ln a$ .
- 3 p 7. Adott az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$  függvény. Számítsátok ki a függvény másodrendű deriváltját!
- 3 p 8. Számítsátok ki  $\lim_{x \searrow 0} x^x$ .
- 3 p 9. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  függvény. Határozzátok meg az  $x_0 \in \mathbb{R}$  pontokat, amelyekre a függvény nem deriválható!
- 3 p 10. Határozzátok meg az  $a$  valós értékeit, amelyekre az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \leq 0 \\ xe^x, & x > 0 \end{cases}$  függvény deriválható  $\mathbb{R}$ -en!

## III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 2 p 1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  és  $X \in M_3(\mathbb{R})$  mátrixok úgy, hogy  $AXA^2 = I_3$ . Mutassátok ki, hogy  $X = I_3$ .
- 2 p 2. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix. Határozzátok meg az  $x, y \in \mathbb{R}$  értékeit, amelyekre  $A^{10} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$ .
- 2 p 3. Határozzátok meg az  $a$  valós értékeit, amelyekre az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-a) \cdot |x|$  függvény, deriválható  $\mathbb{R}$ -en!
- 2 p 4. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + ax + b$  függvény. Határozzátok meg az  $a$  és  $b$  értékeit ha tudjuk, hogy az  $A(0, 2)$  pont rajta van az  $f$  függvény grafikusképén és, az  $A$  pontban a grafikus képhez húzott érintő irányítányezője 3!
- 2 p 5. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény úgy, hogy  $f(0) = 0$  és  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 5$ . Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény deriválható 0-ban és számítsátok ki az  $f'(0)$ .