



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 24.04.2010

CLASA a XI-a M2

Soluții

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	D	A	B	B	A	A	D	B	B	D

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. Determinantul sistemului este nenul. $x = 1$ (1 punct) $y = 0$ (1 punct), $z = 0$ (1 punct).

2. Determinantul sistemului este $a - 5$. (2 puncte); $a \neq 5$ (1 punct).

3. Determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ este egal cu 5 (1 punct), deci A este inversabilă (1 punct). Rezultă

$$X = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ (1 punct).}$$

4. Scăzând ultimele două ecuații obținem $y = 1$ (1 punct). Rezultă $\begin{cases} 3x - 3z = 0 \\ x - z = -1 \end{cases}$, fără soluții (2 puncte).

5. $f'(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$ (2 puncte); $f'(-1) = 0$ (1 punct).

6. $f'(x) = a^x \ln a$ (1 punct); $f'(1) = 2 \ln a$ (1 punct) $\Rightarrow a \ln a = 2 \ln a$, deci $a = 2$ (1 punct).

7. $f'(x) = \ln x + 1$ (2 puncte); $f''(x) = \frac{1}{x}$ (1 punct).

8. $\lim_{x \searrow 0} x \ln x = \lim_{x \searrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \searrow 0} (-x) = 0$ (2 puncte) $\Rightarrow \lim_{x \searrow 0} x^x = \lim_{x \searrow 0} e^{x \ln x} = e^0 = 1$ (1 punct).

9. $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$, $x \neq 1$ (1 punct) $x_0 = 1$ (1 punct), deoarece $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \infty$ (1 punct).

10. $f'_a(0) = \lim_{x \searrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \searrow 0} \frac{xe^x - 0}{x} = 1$ (1 punct); $f'_s(0) = \lim_{x \nearrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \nearrow 0} \frac{x^2 + ax}{x} = \lim_{x \nearrow 0} (x + a) = a$ (1 punct); $a = 1$ (1 punct).

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $A^3 = I_3$ (1 punct) . $AXA^2 = I_3 \Rightarrow AXA^3 = A \Rightarrow AX = A$ (0,5 puncte). $X = I_3$ (0,5 puncte).

2. $A^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (1 punct); $\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+10y \\ y \end{pmatrix}$ (0,5 puncte). $y = 1, x = 0$ (0,5 puncte).

3. Studiem derivabilitatea în origine. $f'_d(0) = \lim_{x \searrow 0} \frac{(x-a)|x|}{x} = \lim_{x \searrow 0} (x-a) = -a$ (1 punct) și

$f'_s(0) = \lim_{x \nearrow 0} \frac{(x-a)|x|}{x} = \lim_{x \nearrow 0} (a-x) = a$ (0,5 puncte), $a = 0$ (0,5 puncte). Pe \mathbb{R}^* , funcția este derivabilă.

4. Cerința revine la $\begin{cases} f(0) = 2 \\ f'(0) = 3 \end{cases}$ (1 punct); rezultă $b = 2, a = 3$ (1 punct).

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} \cdot x$ (1 punct). Rezultă $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} \cdot x = 5 \cdot 0 = 0$ (1 punct).