

## Mozgással kapcsolatos feladatok

Olyan feladatok, amelyekben az út, idő és a sebesség szerepel.

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén jelölje  $s$  = a megtett utat,  $v$  = a sebességet,  $t$  = az időt. Ekkor érvényesek a következő összefüggések: (1):  $s=v \times t$ , (2)  $v=s/t$ , (3)  $t=s/v$

1. Mennyi idő alatt érsz oda a barátodhoz, aki 3 km távolságra lakik, ha
  - a) gyalog mész (a sebességed 4 km/h)
  - b) biciklivel mész (a sebességed 12 km/h)
  - c) motorkerékpárral mész (a sebességed 40 km/h)
  - d) autóval visznek (a sebességed 50 km/h)?
2. Mekkora sebességgel haladsz, ha 10 km-t
  - a) 2 óra alatt teszel meg
  - b) 0,5 óra alatt teszel meg
  - c)  $\frac{3}{4}$  óra alatt teszel meg
  - d)  $\frac{7}{6}$  óra alatt teszel meg?
3. Milyen messzire tudsz eljutni, ha 3 órát mész
  - a) gyalogosan (a sebességed 4 km/h)
  - b) biciklivel (a sebességed 12 km/h)
  - c) motorkerékpárral (a sebességed 40 km/h)
  - d) autóval (a sebességed 50 km/h)?
4. Egy motorcsónak sebessége állóvízen 20km/h. Egy folyón lefelé haladva 2 óra alatt 48 km-t tett meg. Mennyi idő szükséges a visszatéréshez?

**Megoldás:** Legyen  $v$  a folyó sebessége. Ekkor  $48 = 2 \times (20 + v)$  ahonnan  $v = 4$  km/h. Visszatéréskor  $48 = t \times (20 - v) = t \times (20 - 4)$  ahonnan  $t = 3$  óra.

5. Egy vonat 10 óra 40 perc alatt teszi meg az utat két város között. Ha a sebessége 10 km/h-val kisebb lenne, akkor az út 2 óra 8 perccel többet tartana. Milyen távol fekszik a két város, és mekkora sebességgel közlekedik a vonat?

**Megoldás:** Felírható, hogy  $s = 10 \frac{2}{3} \cdot v$  és  $s = 12 \frac{4}{5} \cdot (v - 10)$  ahonnan  $v = 60$  km/h és  $s = 640$  km.

6. Egy adott helyről (ugyanabba az irányba) két versenyző rajtol: az egyik 4m/s sebességgel, a másik 2 m/s sebességgel. Mennyi idő múlva lesznek 120 m távolságra egymástól?

**Megoldás:** Ahogy mindketten haladnak, minden 1 secundum után a köztük levő távolság 2 métert nő. Ezért a 120 m távolság  $120 : 2 = 60$  secundum után keletkezik.

7. Egy adott helyről (ellentétes irányba) két versenyző rajtol: az egyik 3m/s sebességgel, a másik 5 m/s sebességgel. Mekkora távolságra lesznek egymástól 2 perc múlva?

**Megoldás:** Minden 1 secundum után a köztük levő távolság  $3+5=8$  méterrel nő. Ezért 2 perc= $=120$  secundum alatt a távolság  $120 \times 8 = 960$  méter lesz.

8. Az A és B városból ugyanabban a pillanatban indul egymás felé két kerékpáros. Az elsőnek  $8$  km/h, a másodiknak  $12$  km/h a sebessége. Tudjuk, hogy  $4$  óra múlva találkoznak.
- Mekkora a két város közti távolság?
  - Mennyi idő alatt érnek a kerékpárosok a szemközti városba?

**Megoldás:**  $1$  óra alatt  $8+12=20$  km-t tesznek meg, így  $4$  óra alatt  $4 \times 20 = 80$  km-t. Ennyi a városok közötti távolság. Az A városból  $80/8=10$  óra alatt érkezik a B-be, a B-ből pedig  $80/12=6,6$  óra alatt érkezik az A-ba.

9. Csíkszeredából elindul egy motorkerékpáros Brassó felé  $40$  km/h sebességgel. Egy órával később utána megy egy gépkocsi  $72$  km/h sebességgel. Tudva, hogy Brassó  $100$  km-re van Csíkszeredától, számítsuk ki:
- a gépkocsi indításától számítva, mennyi idő múlva éri utol a gépkocsi a motorkerékpárost.
  - Brassótól hány km-re éri utol a gépkocsi a motorkerékpárost?

**Megoldás:** Az  $1$  óra előny alatt a motorkerékpáros már  $40$  km utat tett meg, ekkor indul a gépkocsi. Ezután minden  $1$  óra alatt a köztük levő távolság  $72-40=32$  km-rel csökken. Ezért a köztük levő  $40$  km távolság  $40/32=1,25$  óra alatt csökken nullára, ekkor éri utol a gépkocsi a motorost. Ennyi idő után a gépkocsi  $72 \times 1,25 = 90$  km-t tesz meg, vagyis  $10$  km-re van Brassótól.

10. Két gépkocsi egyidőben indul el egymás felé: az egyik Désről  $80$  km/h sebességgel, a másik pedig Nagybányáról  $100$  km/h sebességgel. Tudva, hogy Nagybánya  $90$  km-re van Déstől, számítsuk ki:
- mennyi idő múlva találkoznak.
  - Milyen távol van Déstől a találkozási pont?

**Megoldás:** A két autó közötti távolság óránként  $80+100=180$  km-rel csökken, ezért a  $90$  km távolság  $0,5$  óra alatt lesz nulla, vagyis ekkor találkozik a két autó. A  $0,5$  óra alatt a Désről induló gépkocsi  $80 \times 0,5 = 40$  km-t tesz meg, ennyire vannak Déstől amikor találkoznak.

11. Két tehervonat két párhuzamos sínpáron egymással szemben halad, mindkettő  $45$  km/h sebességgel. Mindkét vonat  $250$  m hosszú. Mennyi idő telik el a két mozdony elejének a találkozásától addig, amíg a két utolsó kocsi is elhalad egymás mellett?

**Megoldás:** Kezdetben a két utolsó kocsi egymástól  $500$  m távolságra van, és ez óránként ( $60$  percenként)  $90$  km =  $90000$  métert csökken, vagyis  $1$  perc alatt  $1500$  métert, ezért az  $500$  m távolság  $1/3$  perc alatt csökken  $0$ -ra.

12. Reggel  $8$  órakor elindult egy hajó Budapestről Mohácsra. Az egész úton egyenletesen haladt, óránként  $15$  km-t tett meg. Ugyanakkor Mohácsról is elindult egy hajó Budapestre, egyenletes sebességgel haladt. Óránként  $10$  km-t tett meg. Budapesttől Mohács  $150$  km-re van.
- Mennyi idő múlva találkoznak?
  - Milyen távol van Budapesttől a találkozási pont?

**Megoldás:** Kezdetben a két hajó 150 km távolságra van, és a köztük levő távolság 1 óra alatt  $15+10=25$  km-t csökken. Így a kezdeti 150 km távolság  $150:25=6$  óra alatt csökken 0-ra. A budapesti hajó 6 óra alatt  $6 \times 15=90$  km-t tesz meg, vagyis ilyen távol vannak a találkozáskor Budapesttől.

13. Egy autó és egy motorkerékpár egyszerre indul egymással szemben 500 km-nyire egymástól. Az autó 60 km/h, a motorkerékpár 20 km/h sebességgel halad a találkozásig megállás nélkül.
- Mennyi idő múlva találkoznak?
  - Mekkora utat tett meg az autó a találkozásig?

**Megoldás:** 1 óra alatt a köztük levő távolság  $60+20=80$  km-rel csökken, így az 500 km  $500:80=6,25$  óra alatt csökken 0-ra. A találkozásig az autó  $60 \times 6,25=375$  km-t tesz meg.

14. Egy baráti társaság elhatározza, hogy egy hétre elutaznak sízni. A társaság indulási időpontja a megállapodás szerint február 14-e reggel 8 óra. A budaörsi benzinkút parkolójában találkoznak. Simonék kivéve mindenki pontosan érkezik a találka helyére. Simonék telefonon jelentkeznek. Sajnos az autójuk még tegnap elromlott, így fél órával később érkeznek a benzinkút parkolójába. Javasolják, hogy a többiek induljanak el, majd utolérják őket.
- Szerinted hány órákor és hol érik utol Simonék a társaságot, ha autójuk 130 km/h, a többieké pedig 100 km/h sebességgel megy (autópályán mennek, így sebességük állandó).
  - Hány órákor érnek a szálláshelyre (Budapesttől 500 km-re), ha sehol sem állnak meg és tartják az átlag 100 km/h átlagsebességet?
  - Ahogy megérkeznek, a két idősebb gyerek fogja is a felszerelést, és indulnak a sípályákra. Mekkora sebességgel siklanak ugyanazon a pályán, ha a fiatalabb sebessége 2 km/h-val kisebb, mint az idősebbé, így 3 perccel tovább tart neki a lesiklás, mint az idősebbnek. Az idősebb 30 perc alatt siklott le.

**Megoldás:** A fél óra alatt a többiek már megtettek 50 km-t, ennyi Simonék és a többiek között a távolság. Ellenben a köztük levő távolság óránként  $130-100=30$  km-rel csökken, így  $50:30=1,6$  óra. Az 500 km utat 100 km/h sebességgel 5 óra alatt teszik meg, így  $8+5=13$  órákor érnek a szálláshelyre. Felírható:  $v=s/t$  és  $V=s/T$  ahol  $T=30$  p és  $t=33$  p tehát  $v/V=30/33$  és emellett  $v=V-2$ , ezt behelyettesítve  $V=22$  és  $v=20$  km/h adódik.

15. Két város között a távolság 320 km. Egyidőben elindul egymással szembe két vonat, az első városból 45 km/h, a másikkól 35 km/h sebességgel. Az első városból ugyanakkor elindul egy fecske 50 km/h sebességgel. Elrepül a szembe jövő vonatig, ott visszafordul és repül az első vonattal szemben. Ezzel találkozáskor ismét visszafordul, és repül a másik vonattal szembe, és így tovább. Milyen távolságot repül be a fecske, amíg a vonatok találkoztak?

**Megoldás:** A két vonat  $45+35=80$  km-t tesz meg óránként, a találkozásukig 320 km-t, és ezt  $320:80=4$  óra alatt teszik meg. Ez idő alatt a fecske  $4 \times 50=200$  km távolságot tett meg.

16. Egy gyalogos egy bizonyos távolságot 1,5 óra alatt tett meg. Indulása után 10 perccel utána megy egy másik gyalogos, aki az előbbi utat 75 perc alatt teszi meg. Az út hányad részében éri utol az első gyalogost?

**Megoldás:** Az első gyalogos 1 perc alatt a távolság  $1/90$ -ed részét teszi meg, a második gyalogos pedig az  $1/75$ -ét. Így a köztük levő távolság percenként  $1/75 - 1/90 = 1/450$  résszel csökken. 10 perc alatt az első gyalogos az út  $1/9$ -ed részét tette meg, így a másik gyalogos az első  $1/9 : 1/450 = 50$  perc alatt éri utol. Mivel az egész utat 75 perc alatt teszi meg, ezért az út  $50/75$ -öd részénél éri utol az első gyalogost.

17. Egy tehervonat állandó sebességgel 15 másodperc alatt haladt el egy távíró oszlop mellett, majd teljes hosszával 45 másodperc alatt ment át egy 540 méter hosszú alagúton. Hány méter hosszú a vonat, és mekkora a sebessége?

**Megoldás:** Ha a vonat sebessége  $v$  m/s, akkor a vonat hossza  $15v$  méter. 45s alatt  $45v$  m-t tett meg, ami saját hosszának és az 540 m hosszú alagútnak az együttes hossza, azaz  $45v = 15v + 540$ , amiből  $v = 18$  m/s. A vonat hossza  $15 \cdot 18 = 270$  méter.

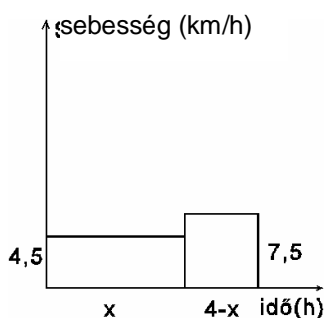
18. Ferenc két helység között menet-jövet kerékpárral teszi meg az utat: menet a lejtőre 12 km/h állandó sebességgel, jövet az emelkedő miatt 6 km/h állandó sebességgel. Számítsuk ki Ferencnek az átlagsebességét!

**Megoldás:** Legyen  $v(m)$  a középsebesség. Mivel  $2 \times s = v(m) \times t = v(m) \times (t_1 + t_2)$  és  $s = 12 \times t_1$  valamint  $s = 6 \times t_2$  ezért  $v(m) = 2 \times 12 \times 6 / (12 + 6) = 8$  km/h ami éppen a két sebesség harmonikus közepe, és NEM a számtani közepe!

19. Jancsi csónakázni indul a folyóra. Erre 4 óra ideje van. A vízfolyás irányában 7,5 km/h sebességgel tud evezni, az árral szemben pedig 4,5 km/h sebességgel. Mennyi idő múlva kell visszafordulnia, hogy időben megérkezzen, ha az evezést az árral szemben kezdi meg? Az indulási helytől milyen távolságra fordult vissza Jancsi?

**Megoldás**

Jelöljük  $x$ -szel azt az időt, amennyit Jancsi a visszafordulásig evezett. Nyilvánvaló, hogy visszafelé így  $4 - x$  időegységnyit evezett. Vegyük az első téglalap alapjának az eltelt időt (az  $x$ -et), a magasságának pedig az ár ellenében történő sebesség mérőszámát (a 4,5-öt), továbbá a második téglalap alapjának a visszaevezéskor eltelt időt (a  $(4 - x)$ -et), magasságának pedig a visszaevezési sebesség mérőszámát (a 7,5-öt).



A két téglalap területe ugyanolyan hosszú utat jelképez (a menet hossza egyenlő a jövetével), ezért a két terület egyenlő:

$$4,5x = 7,5(4 - x),$$

ahonnan  $12x = 30$ , ezért  $x = 2,5$  (óra).

Jancsinak ennyi idő múltán kell visszafordulnia.

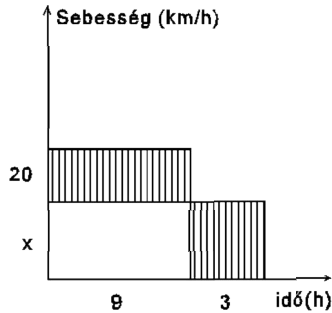
A visszafordulásig megtett út valamelyik téglalap területe, azaz

$$2,5 \times 4,5 = (4 - 2,5) \times 7,5 = 11,25 \text{ (km)}.$$

20. Egy autó egy távolságot 12 óra alatt tesz meg. Ha 20 km/h-val gyorsabban haladt volna, az utat 3 órával kevesebb idő alatt tette volna meg. Számítsuk ki az autó sebességét!

### Megoldás

Vegyük a téglalap alapjának az eltelt idő mérőszámát (a 12-t), és magasságának az ismeretlen sebesség mérőszámát (az  $x$ -et).



Így a téglalap területe a megtett utat szemlélteti.

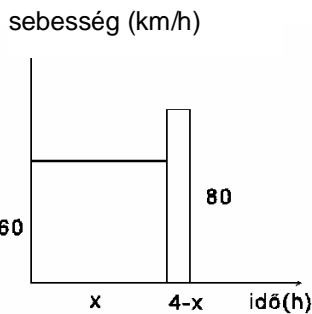
A feladat és a modell összefüggései alapján, ha a téglalap alapját 3-mal csökkentjük, magasságát pedig 20-szal növeljük, akkor ugyanazt az utat, illetve ugyanazt a területet kapjuk. Ez azt jelenti, hogy az ábrán látható két árnékolt téglalap területe is egyenlő.

Tehát  $3x = 9 \times 20$ , ahonnan  $x = 60$  (km/h), ez a kért sebesség.

21. gy autó 250 km-t 4 óra alatt tett meg. Az út egy részén 60, másik részén pedig 80 km/h sebességgel haladt. Mekkora távot tett meg 60 km/h sebességgel? Hát 80 km/h sebességgel?

### Megoldás

Jelölje  $x$  azt az időt, amíg 60 km/h sebességgel haladt, így  $4 - x$  annak az időnek a mérőszáma, amíg 80 km/h sebességgel haladt.



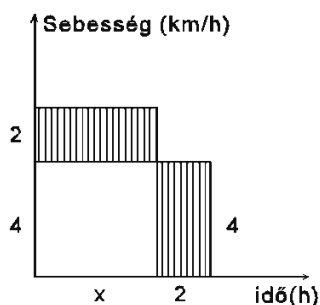
A mellékelt ábrán a két téglalap területe a kétféle sebességgel megtett utat jelképezi (még ha a sebesség szakaszonként változott is). A feladat szövege alapján az összterület 250 km utat jelképez:  $60x + 80(4 - x) = 250$ , ahonnan  $20x = 70$ , így  $x = 3,5$  órát 60 km/h sebességgel és  $4 - x = 0,5$  órát 80 km/h sebességgel haladt. Ezért a kisebb sebességgel  $60 \times 3,5 = 210$  km-t, a nagyobbikkal pedig 40 km-t tett meg.

22. Két gyalogos A városból B városba ment. A második gyalogos két órával később ért a B városba, mint az első, aki 4 km/h sebességgel haladt. Ismert, hogy a második 6 km/h sebességgel haladt. Milyen távol van egymástól a két város?

### Megoldás

Jelölje  $x$  annak az időnek a mérőszámát, amennyi alatt a második gyalogos a B városba ér. Az általa megtett utat az  $x$  alapú, 6 magasságú téglalap jelképezi, míg az első gyalogos által megtett utat az  $x + 2$  alapú, 4 magasságú téglalap szemlélteti.

sebesség (km/h)



Mivel mindketten ugyanazt az utat tették meg, ezért a két árnyékolat téglalap területe egyenlő.

Tehát  $2x = 2 \times 4$ , ahonnan  $x = 4$  (óra).

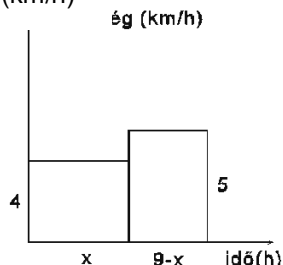
Így a két város közötti távolság  $6 \times 4 = 24$  (km).

23. Egy gyalogos a két helység közötti távot menet-jövet 9 óra alatt tette meg. Menet 4 km/h, jövet 5 km/h átlagsebességgel haladt. Mekkora távolságra van egymástól a két helység?

**Megoldás**

Jelölje  $x$  a menetidőt, így jövet  $9 - x$  lesz a visszatéréséhez szükséges idő mértékszám.

sebesség (km/h)



A mellékelt ábrán az  $x$  alapú és 4 magasságú, illetve a  $9 - x$  alapú és 5 magasságú téglalapok területe a menet, illetve a jövet megtett utat jelenti, amelyek egyenlők.

Tehát  $4x = 5 \times (9 - x)$ , ahonnan  $9x = 45$ .

Így  $x = 5$  (óra).

A két helység közötti távolság:

$5 \times 4 = (9 - 5) \times 5 = 20$  (km).

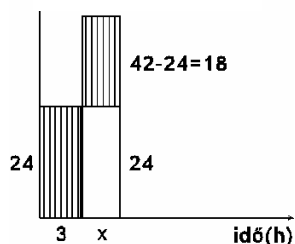
24. Nagyváradról egy motorbiciklis 24 km/h sebességgel indul. Három óra múlva ugyanonnán egy második motorbiciklis is elindul 42 km/h sebességgel. Mennyi idő múlva és Nagyváradtól milyen távolságra éri utol a második motorbiciklis az elsőt?

**Megoldás**

Jelölje  $x$  annak az időnek a mérőszámát, amennyi múlva a második motorbiciklis utoléri az elsőt.

Az első motoros által megtett utat a  $3 + x$  alapú és 24 magasságú téglalap területe jelképezi, míg a második motoros által megtett utat az  $x$  alapú és 42 magasságú téglalap területe jelképezi.

sebesség (km/h)



Mivel mindketten ugyanazt az utat tették meg, a két téglalap területe is egyenlő, vagyis a mellékelt ábra két árnyékolat téglalapjának a területe egyenlő.

Tehát  $18x = 3 \times 24$ ,

ahonnan  $x = 4$  (óra),

vagyis  $3 + 4 = 7$  óra múlva találkoztak, Nagyváradtól

$24 \times 7 = 168$  km-re.